PADRÃO DE RESPOSTAS

(VALOR POR QUESTÃO = 2,00 PONTOS)

Questão	Resposta
1	A função $V(t) = 50\,000 \times \left(\frac{64}{100}\right)^{\frac{t}{2}}$ pode ser simplificada para $V(t) = 50\,000 \times \left(\frac{8}{10}\right)^{t}$. Desse modo, ao final de 3 anos: $V = 50 \times 8^3 = 50 \times 512 = 25\,600$ reais.
2	$\begin{cases} Y - X = 4 \\ Z - 1 = X \\ 15 - Z = Y \end{cases}$ Somando as duas últimas equações, encontra-se o sistema $\begin{cases} y - x = 4 \\ y + x = 14 \end{cases} \Rightarrow x = 5;\ y = 9 \text{ e } z = 6$
3	Seja M a base média do trapézio formado pela união de A e B. $S_A = \frac{(20 + M).h}{2}$ $S_B = \frac{(M + x).h}{2}$ $(20 + M).h = \frac{(M + x).h}{2}$ $40 + 2M = M + x$ $M = x - 40$ $\frac{20 + x}{2} = x - 40$ $\frac{x}{2} = 50$ $x = 100$ m
4	No exemplo da torre com quatro andares, a base é composta por $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ cubos. No caso de uma torre com 100 andares, a base é composta por $1 + 2 + 3 + \ldots + 100 =$ $= \frac{(1 + 100) \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5\,050$ cubos.
5	Após n etapas desse processo, a área resultante será $\frac{1}{2^n}$ da área inicial. $\frac{1}{2^n} < 10^{-6}$ equivale a $2^n > 10^6$. Pela tabela, $2^{19} = 2^{10} \times 2^9 = 10^{3,01} \times 10^{2,70} = 10^{5,71} < 10^6$, enquanto $2^{20} = 2^{10} \times 2^{10} = 10^{3,01} \times 10^{3,01} = 10^{6,02} > 10^6$. Desse modo, o menor valor de n que satisfaz a condição desejada é 20.

6	Número de permutações de 8 lâmpadas com repetições de 3 vermelhas, 2 verdes, 1 amarela e 2 apagadas: $\frac{8!}{3!2!1!2!} = 1\,680$ mensagens
7	O resto dessa divisão é no máximo do 1º grau (ax + b). Se o quociente é Q(x), $P(x) = (x^2 - 1).Q(x) + ax + b$ Do gráfico $\begin{cases} P(-1) = 0 \Rightarrow -a + b = 0 \\ P(1) = 2 \Rightarrow a + b = 2 \end{cases}$ Logo, a = 1 e b = 1. O resto dessa divisão é x + 1.
8	$N - 1001 - 1001 - \ldots -1001 = 204 \Rightarrow N - 1001q = 204 \Rightarrow N = 1001q + 204$ Como $204 = 11 \times 18 + 6 \Rightarrow N = 11\,(91q + 18) + 6 \Rightarrow R = 6$
9	A trajetória T é uma circunferência de raio 5. Seja r a reta tangente a T no ponto P(4,3). O vetor normal a r nesse ponto é $\vec{n} = (4,3)$; consequentemente, a reta r tem equação da forma r: 4x + 3y + c = 0. Se P pertence a r, 4.4 + 3.3 + c = 0 e assim c = –25. A reta r tem equação 4x + 3y = 25.
10	O poliedro é formado por duas pirâmides hexagonais regulares congruentes. Cada uma tem metade da altura do prisma original. Sejam *a* a medida das arestas da base do prisma e *a’* a medida das arestas das bases das pirâmides que compõem o poliedro. Sejam ainda *h* e *h’* as medidas da altura do prisma e da altura das pirâmides, respectivamente. Valem as relações $a' = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ e $h' = \frac{h}{2}$. Então $\frac{B'}{B} = \left(\frac{a'}{a}\right)^2 = \frac{3}{4}$, sendo *B* a área da base do prisma e *B’* a área da base das pirâmides. Desse modo, obtêm-se os volumes *V* do prisma e *V’* do poliedro como $V = B \times h$ e $V' = \frac{2}{3}B' \times h'$. Portanto, $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3} \times \frac{B'}{B} \times \frac{h'}{h} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.